全要素生产率、产业网络与经济发展
附录与扩展*

（一）完整模型求解

1. 模型构建

假设经济中有两类行为主体，家庭和企业，其中企业分为N个中间品生产部门企业和一个最终品生产部门企业。代表性家庭通过向企业提供劳动力和资本获得工资和租金，并将其用于消费，企业通过劳动力、资金和中间投入品进行生产，其中中间投入品分为来自国内的中间品生产部门企业进行生产的中间投入品以及来自国外进口的中间投入品。

（1）技术。中间品部门企业和最终品部门企业均采用柯布-道格拉斯（C-D）生产函数，通过资本、劳动、来自国内与国外的中间品进行生产，生产得到的是用于国内生产中间品或最终品的中间品。

中间投入品生产函数：

$$Q_i = A_i\left(K_i^{\alpha_i} H_i^{1-\alpha_i}\right)^{1-\sigma_i-\lambda_i} d_{i1}^{\sigma_{i1}} \cdots d_{iN}^{\sigma_{iN}} m_{i1}^{\lambda_{i1}} \cdots m_{iN}^{\lambda_{iN}} \quad \text{(A1)}$$

其中A_i是部门i的外生生产率水平，K_i代表部门i的资本投入，H_i为劳动力投入，d_{ij}是部门i来自部门j的中间投入品，m_{ij}是部门i来自国外进口的部门 j的中间投入品。对于参数有$0<\alpha_i<1$，$\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij}=\sigma_i$，$\sum_{j=1}^{N}\lambda_{ij}=\lambda_i$。

最终品生产函数：

$$Y = c_1^{\beta_1} \cdots c_i^{\beta_i} \cdots c_N^{\beta_N} \quad \text{(A2)}$$

其中c_i是最终品生产时需要的来自部门i的产品，共需要N个部门的中间品，参数满足$\sum_{i=1}^{N}\beta_i=1$。

（2）消费者问题。代表性消费者最大化效用，效用由消费C获得，受到工资所得和资本利得的约束。

$$\max_{\{C,H\}} u\left(C,H\right) \quad \text{(A3)}$$

$$s.t.C = wH + rK \quad \text{(A4)}$$

其中，w为工资率水平，r为租金率。本文假设效用函数为消费的单调递增函数，劳动力的单调递减函数。参照 Jones（2011）及 Acemoglu 等（2016）的设定，将劳动力的供给决定式简化，从而使得在本文的模型中，消费者对劳动的决定不依赖于相对价格，而是一个确定的劳动量，然后根据约束式，消费者会消耗掉所有的收入用于消费。

（3）中间品厂商问题。中间投入品部门生产厂商，选择国内中间品、国外中间品、资本与劳动进行生产并最大化利润：

---

* 本篇“附录与扩展”内容由论文作者赵晓军、王开元提供，责任自负。

$$\max_{\{d_{ij},m_{ij},K_i,H_i\}} p_iQ_i-\sum_{j=1}^{N}p_jd_{ij}-\sum_{j=1}^{N}\overline{p_j}m_{ij}-rK_i-wH_i \tag{A5}$$

其中 p_i 为部门 i 中间品的价格，$\overline{p_j}$ 为进口部门 j 中间品的价格，并且本文将 $\overline{p_j}$ 作为外生给定。

中间品厂商最优化的一阶条件为：

$$K_i:\alpha_i\left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\frac{p_iQ_i}{K_i}=r \tag{A6}$$

$$H_i:\left(1-\alpha_i\right)\left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\frac{p_iQ_i}{H_i}=w \tag{A7}$$

$$d_{ij}:\sigma_{ij}\frac{p_iQ_i}{d_{ij}}=p_j \tag{A8}$$

$$\lambda_{ij}\frac{\overline{p_i}Q_i}{m_{ij}}=\overline{p_j} \tag{A9}$$

（4）最终品厂商问题。给定最终品价格为 1，最终品厂商使用中间品进行生产并最大化利润：

$$\max_{\{c_i\}} Y-\sum_{i=1}^{N}p_ic_i \tag{A10}$$

最终品厂商最优化的一阶条件为：

$$\frac{p_ic_i}{Y}=\beta_i \tag{A11}$$

（5）竞争均衡。本文定义竞争均衡为,给定外生生产率水平 $\left\{A_i\right\}_{i=1}^{N}$，外生进口价格 $\left\{\overline{p_i}\right\}_{i=1}^{N}$，外生供给的劳动力水平 H 和资本 K，模型的竞争均衡为产品价格 $\left\{p_i\right\}_{i=1}^{N}$、工资率水平 w、资金率 r，以及配置 $\left\{C,\ Y,\ X,\left\{Q_i,\ K_i,\ H_i,\ c_i,\left\{d_{ij}\right\}_{j=1}^{N},\left\{m_{ij}\right\}_{j=1}^{N}\right\}_{i=1}^{N}\right\}$。这些变量满足：代表性消费者在其效用函数和约束下进行选择，即式（A3）与式（A4）；中间品厂商在其利润最大化问题下进行选择，即式（A5）；最终品厂商在其利润最大化问题下进行选择，即式（A10）；市场出清即资本与劳动力市场出清，国内中间品市场出清：

$$\sum_{i=1}^{N}K_i=K \tag{A12}$$

$$\sum_{i=1}^{N}H_i=H \tag{A13}$$

$$c_j+\sum_{i=1}^{N}d_{ij}=Q_j \tag{A14}$$

国际贸易平衡：

$$X=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\overline{p_j}m_{ij} \tag{A15}$$

最终品完全用于消费和出口：

$$Y = C + X \tag{A16}$$

注意在式（A9）中，左边代表的是对部门 j 的消费和其他所有部门所需要的部门 j 的中间投入品，右边是部门 j 产品的总产量。在式（A10）中，X 代表出口，在贸易平衡假设下，进口量 $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\overline{p_j}m_{ij}$ 必然与出口量 X 相等，因此净出口为 0，于是国内消费量 C 即为 GDP。此外，给定几个需要用到的参数：$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{bmatrix}$，$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_N \end{bmatrix}$，$B = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \cdots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$ 为消耗系数矩阵，即产业的生产网络结构。

2. 模型求解

如前文所述，本部分希望求得总产出关于外生变量与参数的表达式，总共可以分为七步进行：

第一步：消去中间品部门企业生产需要的中间投入品，式（A8）与式（A14）结合

$$p_j c_j + \sum_{i=1}^{N} \sigma_{ij} p_i Q_i = p_j Q_j \tag{A17}$$

第二步：消去价格，在第一步结果上加入式（A11）：

$$\beta_j + \sum_{i=1}^{N} \sigma_{ij} \frac{\beta_i Q_i}{c_i} = \frac{\beta_j Q_j}{c_j} \tag{A18}$$

令 $\gamma_j = \frac{\beta_j Q_j}{c_j}$，于是可以改为向量形式：$\beta + B'\gamma = \gamma$，于是 $\gamma \equiv \left(I - B'\right)^{-1}\beta$，即是多马权重（Domar Weights）。

第三步：利用第二步中多马权重的定义改写式（A6）、式（A7）、式（A8）、式（A9）（其中式（A6）、式（A7）结合式（A12）、式（A13））为：

$$d_{ij} = \sigma_{ij} \frac{\gamma_i}{\gamma_j} Q_j \tag{A19}$$

$$\frac{K_i}{K} = \frac{\left(1 - \sigma_i - \lambda_i\right)\alpha_i \gamma_i}{\sum_{j=1}^{N}\left(1 - \sigma_j - \lambda_j\right)\alpha_j \gamma_j} = \theta_{Ki} \tag{A20}$$

$$\frac{H_i}{H} = \frac{\left(1 - \sigma_i - \lambda_i\right)\left(1 - \alpha_i\right)\gamma_i}{\sum_{j=1}^{N}\left(1 - \sigma_j - \lambda_j\right)\left(1 - \alpha_j\right)\gamma_j} = \theta_{Hi} \tag{A21}$$

$$m_{ij} = \frac{\lambda_{ij}\gamma_i Y}{\overline{p_j}} \tag{A22}$$

第四步：结合式（A19）、式（A20）、式（A21）、式(A22)与式（A1）：

$$Q_i = A_i\left[\left(\theta_{Ki}K\right)^{\alpha_i}\left(\theta_{Hi}H\right)^{1-\alpha_i}\right]^{1-\sigma_i-\lambda_i}\prod_{j=1}^{N}\left(\sigma_{ij}Q_j\frac{\gamma_i}{\gamma_j}\right)^{\sigma_{ij}}\prod_{j=1}^{N}\left(\frac{\lambda_{ij}\gamma_i Y}{\overline{p_j}}\right)^{\lambda_{ij}} \qquad \text{(A23)}$$

第五步：结合式（A23）与式（A2），首先对两式均进行对数化，并且利用本文求得多马权重时 $\frac{\beta_j Q_j}{c_j}=\gamma_j$ 的定义，将消费也进行对数化，可以得到有关 Q、Y、c 的表达式：

$$\begin{aligned}\log Q_i = {} & \lambda_i logY + \log A_i + \left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\alpha_i \log K + \left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\left(1-\alpha_i\right)\log H \\ & + \sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij}\log Q_j\left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\alpha_i\log\theta_{Ki} + \left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\left(1-\alpha_i\right)\log\theta_{Hi} \\ & + \sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij}log\frac{\sigma_{ij}\gamma_i}{\gamma_j} + \sum_{j=1}^{N}\lambda_{ij}log\frac{\lambda_{ij}\gamma_i}{\overline{p_j}}\end{aligned} \qquad \text{(A24)}$$

$$\log Y = \beta_1\log c_1 + \cdots + \beta_N\log c_N \qquad \text{(A25)}$$

$$\log c_i = \log\frac{\beta_i}{\gamma_i} + \log Q_i \qquad \text{(A26)}$$

第六步：对于式（A24）、式（A25）和式（A26），将 c 用 Q 表示，再将 Q 代入 Y 的表达式，相当于求解关于 Y 的方程，可得：

$$\begin{aligned}\log Y = {} & \frac{\beta'\left(I-B\right)^{-1}}{1-\beta'\left(I-B\right)^{-1}\lambda}\begin{bmatrix}\log A_1\\ \vdots \\ \log A_N\end{bmatrix} \\ & + \frac{\beta'\left(I-B\right)^{-1}}{1-\beta'\left(I-B\right)^{-1}\lambda}\begin{bmatrix}\left(1-\sigma_{11}-\lambda_1\right)\alpha_1\\ \vdots \\ \left(1-\sigma_N-\lambda_N\right)\alpha_N\end{bmatrix}\log K \\ & + \frac{\beta'\left(I-B\right)^{-1}}{1-\beta'\left(I-B\right)^{-1}\lambda}\begin{bmatrix}\left(1-\sigma_{11}-\lambda_1\right)\left(1-\alpha_1\right)\\ \vdots \\ \left(1-\sigma_N-\lambda_N\right)\left(1-\alpha_N\right)\end{bmatrix}\log H \\ & + \frac{\beta'\left(I-B\right)^{-1}}{1-\beta'\left(I-B\right)^{-1}\lambda}n + \frac{\beta'}{1-\beta'\left(I-B\right)^{-1}\lambda}\begin{bmatrix}\log\frac{\beta_1}{\gamma_1}\\ \vdots \\ \log\frac{\beta_N}{\gamma_N}\end{bmatrix}\end{aligned} \qquad \text{(A27)}$$

其中，$\begin{bmatrix}\gamma_1\\ \vdots \\ \gamma_N\end{bmatrix} = \left(I-B'\right)^{-1}\beta$。而向量 n 则为：

$$
n=\begin{bmatrix}
(1-\sigma_1-\lambda_1)\alpha_1\log\theta_{K1}+(1-\sigma_1-\lambda_1)(1-\alpha_1)\log\theta_{H1}+\sum_{j=1}^{N}\sigma_{1j}\log\frac{\sigma_{1j}\gamma_1}{\gamma_j}+\sum_{j=1}^{N}\lambda_{1j}\log\frac{\lambda_{1j}\gamma_1}{\overline{p_j}} \\
\vdots \\
(1-\sigma_N-\lambda_N)\alpha_1\log\theta_{KN}+(1-\sigma_N-\lambda_N)(1-\alpha_1)\log\theta_{HN}+\sum_{j=1}^{N}\sigma_{Nj}\log\frac{\sigma_{Nj}\gamma_N}{\gamma_j}+\sum_{j=1}^{N}\lambda_{Nj}\log\frac{\lambda_{Nj}\gamma_N}{\overline{p_j}}
\end{bmatrix}
$$

这是一个由参数决定的表达式。

然后根据式（A16），GDP=C=Y−X，再根据式（A15）和式（A22）可得：

$$
C=Y\left(1-\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\gamma_i\lambda_{ij}\right) \tag{A28}
$$

可见在贸易均衡的假设条件下，本文得到了 Y 就可以得到 C 即 GDP，而在贸易均衡假设条件不满足时，最终品中有一定比例用于出口，此时 C 依旧占 Y 的一定比例，只是与贸易均衡时相比，比例关系发生变化而已，因此在确定的比例系数下，对最终品 Y 的考察可以轻易地转化为对 C 的考察。

第七步：根据式（A5），由于规模报酬不变假设，中间品厂商利润为 0，因此部门的增加值即为劳动报酬和资本报酬之和，根据式（A6）和式（A7），中间品厂商对于劳动和资本的最优决策满足：

$$
\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}\frac{H_i}{K_i}=\frac{r}{w} \tag{A29}
$$

结合部门 i 劳动力在总劳动力的占比式（A21），可得部门 i 增加值：

$$
VA_i=rK_i+wH_i=\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}wH_i+wH_i=wH\frac{\left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\gamma_i}{\sum_{j=1}^{N}\left(1-\sigma_j-\lambda_j\right)\left(1-\alpha_j\right)\gamma_j} \tag{A30}
$$

需要注意分母是加总形式，因为对于任何部门的增加值，分母均是相同的，进而有：

$$
VA=wH\frac{\sum_{j=1}^{N}\left(1-\sigma_j-\lambda_j\right)\gamma_j}{\sum_{j=1}^{N}\left(1-\sigma_j-\lambda_j\right)\left(1-\alpha_j\right)\gamma_j} \tag{A31}
$$

式（A31）为总体增加值的表达式，以上两式式（A30）、式（A31）相除得到相应的部门 i 的增加值占比，即产业结构为：

$$
VAR_i=\frac{\left(1-\sigma_i-\lambda_i\right)\gamma_i}{\sum_{j=1}^{N}\left(1-\sigma_j-\lambda_j\right)\gamma_j} \tag{A32}
$$

（二）行业分类结果

本文数据来自 World Input-Output Database（WIOD）中的中国投入产出表和对应的社会核算矩阵 SEA 账户，数据的时间范围是 2000 年至 2014 年。本文首先在 WIOD 数据基础上对行业进行合理归并，参考一般文献的部门分类核定为 28 个行业，其中，1 个第一产业，17 个第二产业，10 个第三产业部门，具体的划分如表 A1 所示。

表 A1 整理后的 WIOD 行业分类

代　码	行　业	代　码	行　业
1	农业	15	运输设备业
2	采矿业	16	制造及回收业
3	食品饮料业	17	电气水供给业
4	纤维产品业	18	建筑业
5	皮革业	19	零售业
6	木材业	20	酒店业
7	造纸业	21	运输业
8	核燃料业	22	金融业
9	化学工业	23	房地产业
10	橡胶塑料业	24	租赁商务服务业
11	其他非金属业	25	公共事业管理业
12	基本金属及加工业	26	教育业
13	机械工业	27	卫生社会工作业
14	电子设备业	28	其他服务业

(三)参数校准结果

各部门放大系数的测算需要用到需求重要性（β）、消耗系数(σ)和进口消耗系数(λ)，这些数据可以通过投入产出表校准得到，取 2000—2014 年的年份平均数以进行展示，如表 A2 所示。

表 A2 各行业校准参数

参数 / 行业	β	σ	λ
1	0.103	0.384	0.025
2	0.003	0.445	0.042
3	0.083	0.698	0.029
4	0.024	0.685	0.067
5	0.010	0.718	0.069
6	0.001	0.679	0.056
7	0.002	0.642	0.064
8	0.001	0.577	0.225
9	0.009	0.660	0.088
10	0.004	0.688	0.084
11	0.006	0.653	0.041
12	0.008	0.694	0.084
13	0.043	0.649	0.072
14	0.037	0.629	0.157
15	0.039	0.696	0.066
16	0.002	0.570	0.052
17	0.006	0.572	0.041

（续表）

行业＼参数	β	σ	λ
18	0.252	0.704	0.045
19	0.046	0.417	0.028
20	0.023	0.582	0.020
21	0.031	0.452	0.038
22	0.015	0.332	0.020
23	0.046	0.207	0.012
24	0.022	0.508	0.068
25	0.073	0.463	0.027
26	0.049	0.392	0.032
27	0.038	0.540	0.073
28	0.023	0.494	0.045

（四）全要素生产率调整方法

假定部门 i 在 t 时期总产出 Q_{it} 通过资本 K_{it}、劳动 L_{it} 和中间品 X_{ijt} 进行生产：

$$Q_{it} = A_{it}(K_{it}^{\alpha} L_{it}^{1-\alpha})^{1-\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij}} X_{i1t}^{\sigma_{i1}} \ldots X_{ijt}^{\sigma_{ij}} \ldots X_{iNt}^{\sigma_{iN}} \tag{A33}$$

增加值与总产出的比例关系为：

$$Y_{it} = (1 - x_{it})Q_{it} \tag{A34}$$

其中 $(1 - x_{it})$ 是部门 i 在 t 时期产出中增加值的比例，而按照经典理论：

$$Y_{it} = TFP_{it} K_{it}^{\alpha} L_{it}^{1-\alpha} \tag{A35}$$

可以发现，直接使用数据测算得到的全要素生产率与考虑网络的部门全要素生产率 A 相比受到了投入产出网络的放大。联立式（A33）、式（A34）和式（A35）并求解，在估算得到全要素生产率后就可以进一步得到 A。相关外生参数均可以通过投入产出表和社会核算矩阵校准得到。